

# 应用数学模型评价安全套预防衣原体感染的作用

魏善波 陆君安 陈纪南 卢祖洵

**【摘要】** 目的 应用数学模型分析娱乐场所性工作者安全套使用率与生殖道沙眼衣原体感染率的关系。方法 设安全套使用率为  $p(\%)$ , 衣原体感染率为  $r(\%)$ , 如安全套使用率增加  $\Delta p$ , 则衣原体感染率减少  $\Delta r$ , 它们的相对变化率为常数  $k$ , 据此, 建立微分方程数学模型  $\frac{dr}{dp} = -kr$ 。结果 求解微分方程, 得出衣原体感染率与安全套使用率的函数表达式为:  $r(p) = r(p_0)\exp[-k(p - p_0)]$ 。利用武汉市“100%安全套使用项目”的监测数据, 计算得出相对变化率(使用安全套对减少衣原体感染率的贡献系数)  $k$  值为 4.36, 即安全套使用率每增加 16%, 衣原体感染率减少 50%; 实际监测数与数学模型的理论值的平均误差仅 6.2%, 拟合度较高; 运用该数学模型所做的预测结果表明, 在安全套使用水平较低时, 若提高安全套的使用率, 可以较显著地减少衣原体的感染率。结论 所建数学模型从定量关系上揭示了安全套使用率与衣原体感染率的负相关表达: 安全套使用率每增加 16%, 衣原体感染率则减少 50%。

**【关键词】** 性传播疾病; 安全套; 衣原体; 数学建模

**An assessment on the effectiveness of condom use in reducing the incidence of *Chlamydia* through a mathematical modelling** WEI Shan-bo\*, LU Jun-an, CHEN Ji-nan, LU Zu-xun. \*Department of Social Medicine, Tongji Medical College of Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430030, China

Corresponding author: WEI Shan-bo, Department of Administration for Disease Control, Wuhan Public Health Bureau, Wuhan 430014, China. Email: shanbowei@whcdc.org

**【Abstract】 Objective** To determine the relationship between the rate of condom use and incidence of *Chlamydia* amongst commercial sex worker, using a mathematical model. **Methods** Assuming that  $p(\%)$  is the rate of condom use by female sex workers, and  $r(\%)$  is the incidence of *Chlamydia*. If the use of condom increases by delta  $p$ , then the incidence of *Chlamydia* will decrease by delta  $r$ .  $k$  is the relative rate of change. Then, the mathematical model established becomes  $\frac{dr}{dp} = -kr$ . **Results** The solution of the differential equation is  $r(p) = r(\tilde{p}_0)\exp[-k(p - p_0)]$ . Using the surveillance data gathered from 100% Condom Use Program in Wuhan City, the  $k$  value is calculated to be 4.36. If  $k$  indicates the contribution coefficient of reducing *Chlamydia* after condom use, when the rate of condom use increases by 16%, then the incidence of *Chlamydia* will decrease by 50%. The average difference between the actual incidence and the incidence calculated from the mathematical model is only 6.2%. This result demonstrates a good fit. The predicted result of using this mathematical model shows that at the time of lower levels of condom use, a small increment on the rate of condom use would considerably reduce the infection rate of *Chlamydia*. **Conclusion** When  $k$  remains constant, this mathematical model reflects the qualitative relationship between the rate of condom use and the incidence of *Chlamydia*.

**【Key words】** Sexually transmitted disease; Condom use; *Chlamydia*; Mathematical model

2000 - 2003 年 WHO 在武汉市开展了“100%

基金项目:世界卫生组织西太区艾滋病项目(WP/2002/CHN/HIV/1.4)

作者单位:430030 武汉,华中科技大学同济医学院(魏善波、卢祖洵);武汉大学数学与统计学院(陆君安);湖北省农业科学院测试与信息中心(陈纪南)

第一作者现工作单位:430014 武汉市卫生局, Email: shanbowei@whcdc.org

安全套使用项目”<sup>[1]</sup>, 该项研究的流行病学结果表明, 正确使用安全套能够有效降低性病艾滋病通过性途径传播。但是以往的研究没有从数学建模的角度, 分析使用安全套与预防性病艾滋病感染之间的量化关系, 即对于正确使用安全套究竟在多大程度上降低性病艾滋病的传播, 对两者之间在数量上服

从什么关系尚无较深入地研究。本项研究依据武汉市“100%安全套使用项目”的调查数据,从使用安全套与感染衣原体之间的数量关系出发,建立两者关系的微分方程数学模型,提出了安全套使用率对于降低衣原体感染率的贡献系数,并将此结论应用于预测和分析基于推广安全套措施下的衣原体感染率趋势。

### 基本原理

假设娱乐场所性工作者安全套使用率为  $p(\%)$ ,衣原体感染率为  $r(\%)$ 。由于性工作者使用安全套,阻止了性病的传播途径,使得性病感染机会减少,性病感染率相对下降。如果安全套使用率增加  $\Delta p$ ,则衣原体感染率下降  $\Delta r$ ,它们的相对变化率为常数  $k$ ,于是有如下关系  $\lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{\Delta r}{\Delta p} = -k$ ,从而可得出使用安全套对于减少衣原体感染率的微分方程数学模型为:

$$\frac{dr}{dp} = -kr \quad (1)$$

该模型可解释为:娱乐场所性工作者安全套使用率  $p(\%)$ 和衣原体感染率  $r(\%)$ 随时间  $t$ 变化,分别是时间  $t$ 的函数  $p(t)$ 和  $r(t)$ 。设在单位时间  $\Delta t$ 内,由于安全套使用提高了  $\Delta p$ ,使得衣原体感染率下降了  $\Delta r$ 。那么,一方面,衣原体感染率下降数  $\Delta r$ 一定正比于这一时刻安全套使用的提高数  $\Delta p$ ;另一方面,衣原体感染率下降数  $\Delta r$ 又正比于这一时刻衣原体感染率  $r$ (即衣原体感染率高时,提高安全套使用率使得衣原体感染率下降幅度较大,反之,衣原体感染率低时,相同增长幅度的安全套使用率使得衣原体感染率下降幅度较小)。又由于  $\Delta r$ 是衣原体感染率的下降数,所以比例关系前应有负号,写成  $\Delta r \propto -r\Delta p$ 。再设比例系数为  $k$ ,于是有  $\Delta r = -kr\Delta p$ 。两边同除以  $\Delta p$ ,有  $\frac{\Delta r}{\Delta p} = -kr$ ,表明  $t$ 时刻由于安全套使用的提高而使得衣原体感染率下降的平均相对变化率为  $\frac{1}{r} \frac{\Delta r}{\Delta p} = -k$ 。然后考虑  $t$ 时刻的瞬时相对变化率(令  $\Delta p \rightarrow 0$ )为  $\lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{\Delta r}{\Delta p} = -k$ ,从而得到微分方程(1)。相对变化率  $k$ 称之为“使用安全套对于减少性病(衣原体)感染率的贡献系数”。解微分方程(1),得到性工作者衣原体感染率与安全套使用率的函数关系为:

$$r(p) = r(p_0) \exp[-k(p - p_0)] \quad (2)$$

式中,  $p_0$ 是开始时安全套的使用率,  $r(p)$ 为安全套使用率为  $p$ 时衣原体的感染率。公式(2)表明,当安全套使用率  $p$ 提高时,衣原体感染率  $r$ 是按指数减少的。

本项研究只对使用安全套与衣原体感染率变化进行定量研究,不考虑性工作者衣原体的初始感染率  $r_0$ 和疾病的治疗情况等其他可能影响衣原体感染率变化的因素。

### 实例分析

1.实际调查安全套使用率与衣原体感染率:2000年12月-2003年1月,在WHO资助下,武汉市黄陂区作为我国的两个试点区之一,在娱乐场所开展了“100%安全套使用项目”<sup>[1]</sup>,研究对象为在当地娱乐场所内提供性服务的女性性工作者。采用类实验流行病学方法,分析干预前后安全套使用率和衣原体感染率变化情况,分别于2002年4、7、11月及2003年1月对干预对象进行4次生殖道沙眼衣原体抗原检测,采用英国(CLEARVIEW, CHLAMYDIA MF)立明衣原体抗原试剂盒(免疫层析法),有效期内使用。安全套使用率指调查时性工作者最近一次性服务使用安全套的频率。安全套使用率和衣原体感染率调查结果见表1。

表1 武汉市试点区安全套使用与衣原体感染相关分析

干预期	安全套使用		生殖道沙眼衣原体感染	
	人数	$p(\%)$	人数	$r(\%)$
第1次( $n=70$ )	53	75.7	21	30.0
第2次( $n=140$ )	116	82.9	31	22.1
第3次( $n=87$ )	77	88.5	13	14.9
第4次( $n=55$ )	52	94.5	8	14.5

2.使用安全套对减少衣原体感染率的贡献系数:使用安全套对于减少衣原体感染率的微分方程数学模型(1)的解(2)中,使用安全套对于减少衣原体感染率的贡献系数  $k$ 是未知的,需要由实际数据反演确定。现利用实际调查数据表1,进行数据拟合(图1),并通过最小二乘法求出  $k$ 值为4.36。

假定安全套使用率为  $p_0$ 时衣原体感染率为  $r_0$ ,那么要使得感染率减少一半,安全套使用率应该从  $p_0$ 提高到  $p_0 + (\ln 2)/k$ ,即安全套使用率应该增加  $(\ln 2)/k$ ,由实际数据已求出  $k=4.36$ ,故  $(\ln 2)/k=16\%$ 。也就是说,安全套使用率每增加16%,衣原体感染率就减少50%。从图1可见,安全套使用率从70%提高到86%时,衣原体感染率就

从 38% 减少到 19% 左右。这一结果从定量角度证实了使用安全套在抑制性病感染方面的积极作用, 同时表明安全套使用率每增加相同百分比数时, 衣原体感染率减少的百分比绝对值数是不同的。在安全套使用率比较低且衣原体感染率比较高的时候, 安全套使用率的增加会明显地减少衣原体感染率, 而在安全套使用率比较高且衣原体感染率比较低的时候, 安全套使用率的增加对减少衣原体感染率就不十分明显了。

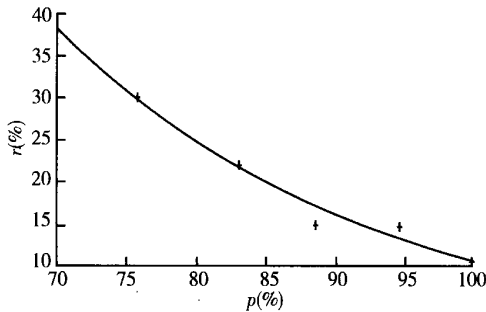


图1 安全套使用与衣原体感染拟合曲线

3. 理论值与实际数据的拟合度: 根据表 1 实际调查数据, 对公式(2)做可靠性验证, 见表 2。求得公式(2)的平均误差仅 6.2%。说明指数公式(2)是可靠的, 其拟合度高。

表2 实际感染率与理论感染率的比较

项目	r (%)			
	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次
实际	30	22.10	14.90	14.50
理论	30	21.92	17.17	13.22
相对误差 (%)	0	0.81	15.20	8.83

4. 试点地区女性性工作者性病感染率预测: 在确定  $k$  值后, 依据公式(2), 可以对研究地区性工作者在不同安全套使用率状态下的衣原体感染率做出预测(图 2)。图 2 表明, 使用安全套对于减少衣原体感染率起了十分明显的作用。使用安全套的比率如果从 50% 提高到 90%, 那么衣原体感染率可以从 92% 下降到 16%, 减少 76 个百分点。同时可以看出, 安全套在不同使用率时对降低衣原体感染率的作用不尽相同。在开始推广使用安全套时对降低衣原体感染率的作用尤其明显, 使用安全套的比率从 50% 提高 10 个百分点, 衣原体的感染率可能减少 33 个百分点, 而使用安全套比率从 80% 提高 10 个百分点, 衣原体的感染率可能只减少 8.8 个百分点。随着安全套使用比率的提高, 衣原体感染率将减少至某一个值。但由于影响衣原体感染率因素的非单

一性, 因此, 即使安全套使用率达到 100%, 衣原体感染率也不会降至 0。说明仅仅采用推广安全套措施并不能完全切断艾滋病性病经性途径传播<sup>[2]</sup>, WHO 提供的资料也表明, 泰国、柬埔寨在性服务人员中安全套使用率接近 100% 时, 性病感染情况仍有发生<sup>[3]</sup>。

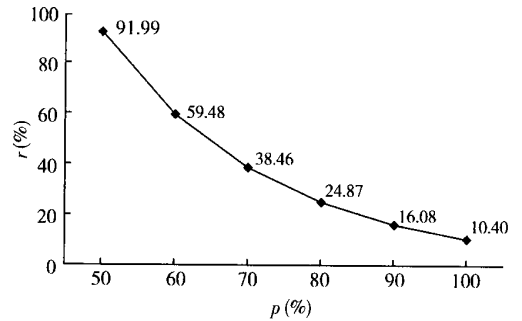


图2 不同安全套使用率与衣原体感染率预测

### 讨 论

安全套对于预防性病艾滋病的作用已被广泛证明<sup>[4,5]</sup>, 但大多数研究者主要从公共卫生角度研究其具体的防病作用。本文通过分析使用安全套与感染生殖道沙眼衣原体之间的定量关系, 建立微分方程数学模型, 提出了安全套使用率对于降低性传播疾病(衣原体)感染率的贡献系数  $k$ 。利用武汉市“100% 安全套使用项目”的调查数据, 反演求得  $k$  值为 4.36, 从而得到“安全套使用率每增加 16%, 衣原体感染率就减少 50%”的结论, 并进而应用这一结论对推广安全套措施后衣原体感染率趋势进行预测和分析, 预测结果与实测数据比较平均误差仅 6%。本项研究不仅从定量关系方面阐明了提高安全套使用率对减少性病(衣原体)感染率的作用, 而且对于预测性病(衣原体)感染率提供了新的模式和方法。

$k$  值由两个无量纲数(安全套使用率和衣原体感染率)计算得来, 研究者认为这一贡献系数具有一定的普适意义, 至少可以反映一个地区内安全套使用率和衣原体感染率这两者之间的关系。由于不同地区的健康状况、经济发展水平、文化和生活习惯及社会环境不同,  $k$  值可能不尽相同, 但同一地区  $k$  值应该是具有普适性的常数。所谓普适性, 顾名思义, 就是普遍适用的性质。普适性事件不仅时有发生, 而且还会以某些特定的方式重复出现, 具有一定的规律性, 可以建立某种数学模式, 分析过去并预测未来。从这一思维起点出发, 我们可以认为本项研究

计算所得的  $k$  值,一定程度上反映了使用安全套和衣原体感染之间的业已存在的恒定关系,即安全套使用率增加 16%,衣原体感染率减少 50%, $k$  是一个相对稳定的常数,具有普适性意义。

在医学和生命科学研究中建立数学模型已有较多的研究<sup>[6]</sup>。本文试图通过微分方程模型,阐明安全套对降低性传播疾病的作用大小。通过实例验证,所建模型可靠,具有一定的现实意义。数学模式是自然模式的反映,作为对自然模式的反映,数学模式并不是越复杂越好,只有越简单才越具有普适性,越能反映自然模式。疾病的发生是一个非常复杂的过程,描述这一过程并非易事。用简单的数学公式来描述疾病过程正是当今科学家努力的方向。正如 Cleiek<sup>[7]</sup> 引述:一项数学发展的结果,应当不断地与我们对合理的生物行为的直觉相对照而加以检验。当这种检验揭示出一致性时,就应当考虑下述可能性:①数学形式发生了错误。②初始假定不正确或者引入了过分的简化,或者两者都有。③对生物世界的了解不够准确。④发现了一项新的透彻的原理。从科学发展的角度看,一个学科的基本方法和概念应该具有一定的科学性和普适性、操作性。经验性的方法只有建立在科学的基本概念之上才能发挥其有效性和实用性,否则可能差之毫厘,失之千里<sup>[8]</sup>。本文所提出的数学模型和对  $k$  值的定义,希望是对安全套使用率与衣原体感染率之间关系的客观科学数理描述。

本项研究尚存在某些局限,有待进一步研究解

决。例如,本项研究的数据仅仅来自对武汉市黄陂区的实际调查,数据样本较少。又如,本项研究中安全套平均使用率  $p$  和性工作者衣原体感染率  $r$  均取自同一时间,事实上,考虑到某一性病的潜伏期,安全套使用率与性病发病率数据的来源应考虑发病率的抽样时间比安全套使用的抽样时间迟一个潜伏时间  $\tau$ ,即应该采用  $\{p(t), r(t + \tau)\}$  进行研究,这样能更加准确的反映实际情况。总之,安全套使用率与性病感染率的关系还有一些需要深入研究的问题,今后可以进一步研究。

#### 参 考 文 献

- [1] 魏善波,陈仲丹,周旺,等.安全套使用项目对降低我国艾滋病性病传播的作用及其可行性研究.中国预防医学杂志,2006,7(4):283-287.
- [2] Weller SC. A meta-analysis of condom effectiveness in reducing sexually transmitted HIV. Soc Sci Med, 1993, 36(12): 1635-1644.
- [3] WHO Regional Office for the Western Pacific. 100% condom use programme in entertainment establishments. Manila: WHO Library Cataloguing in Publication Data, 2000. [http://www.wpro.who.int/publications/pub\\_9290611537.htm](http://www.wpro.who.int/publications/pub_9290611537.htm).
- [4] Pinkerton SD, Abramson PR. Effectiveness of condoms in preventing HIV transmission. Soc Sci Med, 1997, 44(9): 1303-1312.
- [5] Lee W, Jody CW, Jacqueline B, et al. Assessing condom use practices; implications for evaluating method and user effectiveness. Sex Transm Dis, 1998, 25(6): 273-277.
- [6] Lucas WF. 生命科学模型. 翟晓燕, 黄振高, 许若宁, 译. 长沙: 国防科技大学出版社, 1996.
- [7] Cleiek J. 混沌开创新科学. 张淑誉, 译. 上海: 上海译文出版社, 1990: 62.
- [8] 潘纲. 亚稳平衡态吸附(MEA)理论——传统吸附热力学理论面临的挑战与发展. 环境科学学报, 2003, 23(2). <http://www.cees.ac.cn/skleac/gpan/publication>.

(收稿日期:2006-08-24)

(本文编辑:张林东)

## · 征 稿 通 知 ·

### 第九届全军流行病学及第八届全军防生物危害医学专业学术会议征文

由全军流行病学专业委员会和全军防生物危害医学专业委员会共同主办,军事医学科学院微生物流行病学研究所及病原微生物安全国家重点实验室承办的第九届全军流行病学及第八届全军防生物危害医学专业学术会议拟定于 2007 年 8 月下旬在湖北省襄樊市召开。

为进一步提高会议的学术交流水平,现面向全国公开征集会议论文,内容涵盖流行病学和防生物危害医学各方面的研究成果,主题围绕流行病学的新理论、新方法和新进展、防生物医学危害的研究成果和最新进展等具有前沿性、创新性、代表性、国际领先性的研究进展。大会组委会将组织有关专家对征文进行评定,录用的优秀论文将在相关杂志上发表。会议热忱欢迎流行病学专家、防生物危害医学专家和从事相关工作的同志踊跃参加,同时欢迎与流行病学和防生物危害医学相关的生产厂家、公司赞助会议并可在会场进行产品展示。

征文要求:①是未公开发表的论文或论文摘要(摘要限 400 字);②备有作者的联系地址(含所属单位、电话、Email);③请附论文投稿单位介绍信;④截稿日期为 2007 年 7 月 1 日。投稿请寄:100071 北京市丰台区东大街 20 号五所科技处韩晓娜(收);电子投稿方式:hanxn929@126.com;联系电话:010-66948668(地),0201-948668(军线)。