脑血管病死亡率年龄分布的数学模型

指数曲线$y=10^{a+bx}$的模拟

中国人民解放军第二军医大学 薛广波 史荫绵 王桂清

提要 脑血管病的死亡率具有随年龄的增长而升高的趋势。我们采用指数曲线$y=10^{a+bx}$，对几个人群的资料进行了数学模拟，建立了一个脑血管病死亡率年龄分布的数学模型。这一模型可以表明脑血管病死亡率年龄分布的规律。用指数曲线方程$y=10^{a+bx}$的微分方程$dy/dx=\ln 10 b 10^{a+bx}$可以计算出各年龄组当年龄增长1岁时脑血管病死亡率的增量。进而，可以计算出这种增量随年龄组增长而增长的"增长倍数常数"。这种常数可以用作比较不同人群脑血管病危害程度和年龄分布规律的新的指标。此外，该模型可用于预测人群中脑血管病的死亡率和死亡数。

关键词 脑血管病 流行病学数学模型

脑血管病是当前对人类危害最大的疾病之一，各地都非常重视对其病因、流行病学及防治的研究[1~4]。脑血管病的死亡率具有随年龄的增长而升高的趋势，为了探讨这种趋势的规律性，我们用指数曲线方程$y=10^{a+bx}$对上海市虹口区三十余年来脑血管病死亡率的年龄分布进行了数学模拟，从而建立了脑血管病死亡率年龄分布的指数曲线模型。这种模型的实际意义在于：它不仅可以从理论上阐明一个人群脑血管病死亡率随年龄而变化的规律，而且也提供了一种新的比较不同人群脑血管病危害程度的方法。同时，该模型也可用于脑血管病的预测。

材料与方法

一、资料来源：我们根据上海市虹口区居民死因统计表，对该区脑血管病进行了流行病学分析，本文以此资料为例，进行指数曲线拟合。然后用国内外其他地区资料进行验证，以观察这种模型的普遍意义，所用资料取自文献[1,5,6]。

二、建立模型的方法：

1.以各年龄组（岁）组中值x为，各年龄组脑血管病死亡率（/10万）为y，建立x和y'（$y'=\lg y$）之间的直线回归方程$\hat{y}=a+bx$，结果为：$\hat{y}'=0.0621x-1.4001$。

2.变直线回归方程为曲线回归方程。因为$y'=\lg y$，所以曲线回归方程为：$\lg\hat{y}=a+bx$或$\hat{y}=10^{a+bx}$，代入a和b参数为：$\hat{y}=10^{0.0621x-1.4001}$。

3.检验数学模型拟合的优度。检验建立的数学模型是否成立，可用方差分析法对直线化回归方程进行假设检验，若直线化方程成立，则变为曲线回归方程后也成立，即建立的数学模型成立[6]。本例结果为：$F=198.2$，$V_1=1$，$V_2=5$，$F_{0.01}(1.5)=16.26$，$P<0.01$；说明直线回归方程成立，故建立的数学模型成立。

检验数学模型拟合的是否好，可计算观察值（y）和用模型计算的理论值（$\hat{y}$）之间的相关指数（R^2）。R^2越接近于1.0，则模型拟合的越好，反之越差[7]。本例结果为$R^2=0.9891$，可见模型拟合的很好。

三、计算各年龄组脑血管病死亡率的每岁增长率：脑血管病死亡率随年龄的增长而升高，如果导出指数曲线$y=10^{a+bx}$的微分方程，

则可代入数据求出各年龄组年龄每增长一岁时死亡率的增长数。微分方程为：

$d\hat{y}/dx = (\ln 10) \cdot b \cdot 10^{a+bx}$，代入数据为：$d\hat{y}/dx = (\ln 10) \times 0.0621 \times 10^{0.0621x-1.4001}$

式中x为各年龄组的组中值，将x值代入可求出死亡率的每岁增量（/10万）。

结　果

一、虹口区不同年代脑血管病死亡率数学模型拟合结果：采用上述方法对上海市虹口区不同年代脑血管病死亡率资料进行了数学模拟，建立了数学模型（表1）。

表1　上海市虹口区不同年代脑血管病死亡率年龄分布的数学模型

年代	数学模型	F	P
1951～1959	$\hat{y}=10^{0.0308x-1.2353}$	89.52	<0.01
1960～1969	$\hat{y}=10^{0.063x-1.78}$	194.49	<0.01
1970～1979	$\hat{y}=10^{0.0622x-1.4215}$	350.81	<0.01
1980～1982	$\hat{y}=10^{0.0622x-1.4045}$	199.04	<0.01

从表1中可以看出，无论是五十年代、六十年代，还是七十年代和八十年代虹口区脑血管病的死亡率年龄分布均遵循指数曲线 $y=10^{a+bx}$ 的轨迹（P值均<0.01）。

二、虹口区不同性别脑血管病死亡率年龄分布数学模型拟合结果：为了观察按性别分组的脑血管病死亡率年龄分布资料是否符合指数曲线 $y=10^{a+bx}$ 的规律，我们对虹口区1951～1982年资料按性别分别进行了数学模拟，结果见表2。

表2　上海市虹口区不同性别脑血管病死亡率年龄分布的数学模型（1951～1982）

性别	数学模型	F	P
男	$\hat{y}=10^{0.0651x-1.5108}$	1353.81	<0.01
女	$\hat{y}=10^{0.0633x-1.5805}$	460.40	<0.01

从表2可以看出，无论男性还是女性，其脑血管病死亡率年龄分布资料均可用指数曲线 $y=10^{a+bx}$ 模拟。

三、不同地区脑血管病死亡率年龄分布资料数学模拟结果：为了评价这一数学模型的普遍意义，我们用我国和国外几个地区人群脑血管病死亡率年龄分布资料进行了拟合（表3）。

表3　几个人群脑血管病死亡率年龄分布的数学模型

人　群		年　代	数学模型	F	P	R^2
上海虹口区		1980～1982	$\hat{y}=10^{0.0621x-1.4001}$	199.04	<0.01	0.99
美国白人	男	1962～1963	$\hat{y}=10^{0.0506x-0.9466}$	1513.69	<0.01	0.98
	女	1962～1963	$\hat{y}=10^{0.0502x-0.9685}$	2935.78	<0.01	0.97
美国白人	男	1972～1973	$\hat{y}=10^{0.0517x-1.0457}$	7134.83	<0.01	0.99
	女	1972～1973	$\hat{y}=10^{0.0488x-0.9637}$	2027.80	<0.01	0.91
美　国	男	1978	$\hat{y}=10^{0.0521x-1.1388}$	1188.50	<0.01	0.97
	女	1978	$\hat{y}=10^{0.0597x-1.1128}$	302.15	<0.01	0.88
澳大利亚	男	1978	$\hat{y}=10^{0.0557x-1.2278}$	13415.84	<0.01	0.99
	女	1978	$\hat{y}=10^{0.0524x-1.0459}$	356.11	<0.01	0.90

从表3可以看出，所有分析的人群资料，均可用指数曲线 $y=10^{a+bx}$ 拟合。除美国女性1978年资料拟合的数学模型不够理想（$R^2=0.88$）之外，其余各人群拟合的均非常好。

四、几个人群脑血管病死亡率随年龄增长的速率及其随年龄组增长的"增长倍数常数"：有了各人群的数学模型之后，我们可以用指数曲线 $y=10^{a+bx}$ 的微分方程 $\frac{dy}{dx}=(\ln 10)\cdot b\cdot 10^{a+bx}$，代入参数，计算出各人群不同年龄组脑血管病死亡率随年龄增长的速率（表4）。

根据各年龄组每岁增长率，可以计算出后

一年龄组比前一年龄组增长的倍数。计算方法是：用前一年龄组的每岁增长率去除后一年龄组的每岁增长率。据表 4 的数据，计算结果列于表 5。

表4 几个人群脑血管病病死率随年龄增长的速率

人群	年代	各年龄组每龄增长率（/10万）					
		20～	30～	40～	50～	60～	70～
上海虹口区	1980～1982	0.2031	0.8486	3.5457	14.8152	61.9024	258.6469
美国白人，男	1962～1963	0.2388	0.7622	2.4325	7.7633	24.7769	79.0763
美国白人，男	1972～1973	0.2101	0.6910	2.2725	7.4732	24.5757	80.8177
美国，男	1978	0.1751	0.5811	1.9286	6.4011	21.2448	70.5104
澳大利亚，男	1978	0.2206	0.7390	2.4697	8.2537	27.5833	92.1822

表5 几个人群脑血管病死亡率随年龄增长的规律

人群	年代	各年龄组每岁增长率是前一年龄组的倍数				
		30～	40～	50～	60～	70～
上海虹口区	1980～1982	4.18	4.18	4.18	4.18	4.18
美国白人，男	1962～1963	3.19	3.19	3.19	3.19	3.19
美国白人，男	1972～1973	3.29	3.29	3.29	3.29	3.29
美国，男	1978	3.32	3.32	3.32	3.32	3.32
澳大利亚，男	1978	3.34	3.34	3.34	3.34	3.34

从表 5 可以看出，在任何人群都有一个“增长倍数常数”。这一常数可以反映出该人群脑血管病死亡率随年龄的增长而增长的规律。它可以用来比较不同人群脑血管病受年龄影响的程度，且也可用作比较不同人群脑血管病危害程度新的指标。

讨 论

由于计算技术的高速发展，促进了数学向其他学科的渗透，在医学领域内也越来越多地应用了数学。在此背景下，近年来应用数学的方法定量描述疾病分布和流行过程的数理流行病学（mathematical epidemiology）受到了高度的重视，目前国内外都在进行流行病学数学模型的研究[9,10]。

脑血管病的死亡率具有随年龄的增长而升高的趋势，为了从理论上阐明这种规律性，我们（1986）用指数曲线方程$y=ae^{bx}$进行了数学模拟，建立了几个人群的数学模型[11]。但是发现，这一指数曲线对我国70岁以下人群拟合的较好，而70岁以上人群的脑血管病死亡率偏离模型。为了建立更合适的数学模型，我们用指数曲线方程$y=10^{a+bx}$对上海市虹口区1951～1982年脑血管病死亡率资料进行了模拟，建立了拟合度更好的数学模型，并且用同一地区人群不同年代死亡资料、同一地区不同性别死亡率资料及不同地区人群的资料进行了模拟，结果发现均有很好的适应性，说明这一模型的适用范围是广泛的。

该模型的用途是：①从理论上阐明一个人群脑血管病死亡率年龄分布的规律。计算出a和b参数之后，代入指数曲线方程，便可描绘出特定人群脑血管病死亡率年龄分布的理论轨迹。②预测一个人群脑血管病的死亡率和死亡人数。目前无法预测未来脑血管病的死亡率，该模型提供了一种初步的预测方法。一旦我们建立了一个人群的数学模型，便可计算出该人群各年龄组的预期死亡率，如果已知各年龄组的人口数，便不难计算出期望死亡人数。③用以比较不同人群或同一人群不同时间脑血管病

的危害程度。根据数学模型的微分方程，可以计算出各年龄组脑血管病死亡率的“每龄增长率”，以及这种增长率在年龄每增长一定岁数时的“增长倍数常数”。这两个指标均可用以比较不同人群脑血管病的危害程度。

A Mathematical Model of Age Distribution of Cerebrovascular Diseases Mortality *Xue Guangbo, et al., Second Military University of Medicine, Shanghai*

There was a tendency that the mortality of cerebrovascular diseases increased with age. The data from several population groups were mathematically analogized, and the mathematical model of age distribution of stroke mortality was established by using the exponential curve, $y=10^{a+bx}$. The model gave an account of the law of age distribution of stroke mortality. The increment quantity of the stroke mortality in various age groups when age increased one year could been calculated by using the differential equation $dy/dx = \ln 10 b 10^{a+bx}$ from the exponential curve equation, $y=^{a+bx}$. Further, "the increment multiple constant" of the increment quantity of stroke mortality with age groups could been calculated. The constant might be used as an new index for comparison with risk degree and age distribution law of stroke among various populations. In addition, the model might be used to predict death cases and mortality of stroke in a population.

Key words Mathematical model of epidemiology Stroke

参 考 文 献

1．史荫绵，等．上海市虹口区75万余人口中脑血管病流行病学调查分析．中国神经精神疾病杂志 1985；（3）：4．
2．冯而娟，等．上海市卢湾区30年脑血管病流行病学资料分析．中华神经精神科杂志 1983；16（2）：105．
3．Kagan A, et al. Dietary and other risk factors for stroke in Hawaiian Japanese men. Stroke 1985; 16（3）：390.
4．Takeya YO, et al. Epidemiologic studies of coronary heart disease and Stroke in Japanese men living in Japan, Hawaii and Califonia: Incidence of Stroke in Japan and Hawaii. Stroke 1984; 15（1）：15.
5．Kuller LH, et al. Epidemiology of Stroke. Schoenberg BS, et al, eds. Neurological Epidemiology: Principles and Clinical Application, New York, Raven Press, 1978：281-311.
6．MacMahon SW, et al: Blood pressure levels and mortality from Cerebrovascular disease in Australia and the United States. Am J Epidemiol 1984; 120（6）：865.
7．上海第一医学院卫生统计学教研组．医学统计方法．上海科技出版社，1979：91～99．
8．杨树勤主编．中国医学百科全书．医学统计学．上海科技出版社，1985：170～171．
9．周怀梧．数理医药学．上海科技出版社，1983：17～58．
10．Frome EL, et al. Use of poisson regression models in estimating incidence rates and ratios. Am J Epidemiol 1985; 121（2）：309.
11．薛广波，等．脑血管病死亡率年龄分布的数学模型—指数曲线 $y=ae^{bx}$ 的模拟．第二军医大学学报 1986；7（2）：106．

鲜、冻猪肉沙门氏菌带菌调查报告

湖南省常德地区卫生防疫站　杨德秀　唐蕊妍　张丽蓉　夏铁恒　成春初

1986年6月，为了解猪肉沙门氏菌带菌情况，我们对常德市鲜、冻猪肉进行了调查。

鲜猪肉系采集农贸市场正在销售的个体户或集体承包点的样品；冻猪肉系采集冷冻厂样品。检验方法均按1985年卫生部颁发的《食品卫生检验方法》（微生物学部分）进行。生化反应按肠杆菌科编码进行鉴定，除葡萄糖⊕，赖氨酸、鸟氨酸、硫化氢、卫茅醇、枸橼酸盐阳性外，靛基质、乳糖、苯丙氨酸、尿素酶均为阴性。

本次对40份猪肉作了调查，其中鲜猪肉30份，检出沙门氏菌6株（均被沙门氏噬菌体完全裂解），其中鸭沙门氏菌1株，纽兰沙门氏菌1株，阿哥纳沙门氏菌（蔗糖阳性变种）1株，阿哥纳沙门氏菌1株，阳性率为20%。说明常德市鲜猪肉沙门氏菌污染严重，有可能通过直接或间接的方式而引起人类食物中毒，应引起高度重视。冻猪肉10份没有检出沙门氏菌，可能是冻猪肉在屠宰过程中是程序化作业污染机会少，或是样品少不足以说明问题之故。